

4

絵理さんと桃子さんは、連続する3つの自然数の性質について考えた。次の会話を読んで、①～④に答えなさい。

絵理：連続する3つの自然数の和は、どのような数になるのかな。

桃子：連続する3つの自然数が1, 2, 3のとき、その和は6になるね。2, 3, 4のとき、その和は9になるね。連続する3つの自然数の和は、いつでも3の倍数になりそうよ。

先生：連続する3つの自然数について、積も含めて考えると、ほかにも様々な性質がありそうですね。

- ① 下線部について、絵理さんは次のように確かめた。□(1)□, □(2)□に適当な式を書き入れなさい。

連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数を n とすると、中央の自然数は $n + 1$ 、最も大きい自然数は □(1)□ と表される。このとき、連続する3つの自然数の和は、 $n + n + 1 +$ □(1)□ $= 3$ (□(2)□) となり、□(2)□ は自然数だから、 3 (□(2)□) は3の倍数である。したがって、連続する3つの自然数の和は、いつでも3の倍数になる。

- ② 連続する3つの自然数の性質について、正しく述べられている文は、ア～エのうちではどれですか。当てはまるものをすべて答えなさい。

ア 連続する3つの自然数の和は、いつでも奇数になる。

イ 連続する3つの自然数の和は、いつでも偶数になる。

ウ 連続する3つの自然数の和は、いつでも中央の自然数の3倍になる。

エ 最も小さい自然数と最も大きい自然数の和は、いつでも中央の自然数の2倍になる。

- ③ 先生の話聞いた2人は、次のメモのように考え、連続する3つの自然数の性質を予想した。

	最も小さい 自然数	中央の 自然数	最も大きい 自然数		
連続する 3つの自然数	1	2	3	2	3
2数の積		3		8	15
2数の積に 1をたした数		4		9	16

【予想】連続する3つの自然数について、最も小さい自然数と最も大きい自然数の積に1をたした数は、いつでも中央の自然数の2乗になる。

メモの【予想】は次のように証明できる。□□□に n を使った式を用いて【予想】が正しいことを示し、<証明>を完成させなさい。

<証明>

連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数を n とすると、最も小さい自然数と最も大きい自然数の積に1をたした数は、

したがって、【予想】が正しいことが示された。

- ④ 連続する3つの自然数について、最も小さい自然数と最も大きい自然数の積に1をたした数が324となるときの、連続する3つの自然数を求めなさい。

5

大輝さんと真衣さんは、次のように動く図形が重なった部分の面積について考えた。①～③に答えなさい。

図1のように、 $AB = BC = 8$ cm、 $\angle ABC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形ABCと、 $DE = 8$ cm、 $EF = 4$ cmの長方形DEFGが直線 l 上にあり、点Cと点Eは重なっている。図2のように、長方形DEFGを固定し、 $\triangle ABC$ が直線 l にそって矢印の方向に毎秒1 cmの速さで動く。図3のように、点Bが点Fと重なったとき、 $\triangle ABC$ は止まる。 $\triangle ABC$ が動き始めてから t 秒後の $\triangle ABC$ と長方形DEFGが重なった部分をPとする。

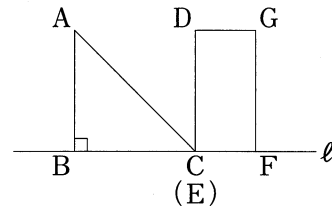


図1

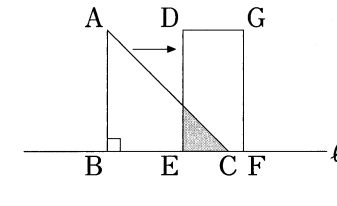


図2

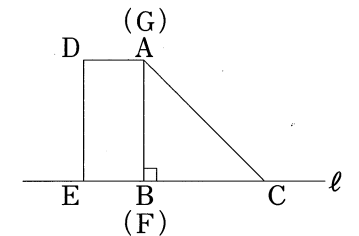


図3

<大輝さんの考え>

【 $\triangle ABC$ が動き始めてから t 秒後のPの面積】

- (i) 点Cが線分EF上にあるとき

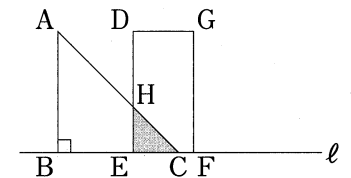
t のとりうる値の範囲は $0 \leq t \leq$ □(1)□ である。

線分ACと線分DEとの交点をHとすると、

Pは直角二等辺三角形であり、

$CE = EH =$ □(2)□ cm だから、

Pの面積は □(3)□ cm^2 と表される。



- (ii) 2点B, Cが線分EF上にないとき

t のとりうる値の範囲は □(1)□ $< t < 8$ である。

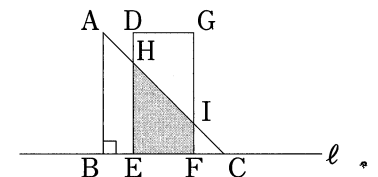
線分ACと線分GFとの交点をIとすると、

Pは台形であり、

$EH =$ □(2)□ cm, $FI =$ □(4)□ cm,

$EF = 4$ cm だから、

Pの面積は □(5)□ cm^2 と表される。



- (あ) (iii) 点Bが線分EF上にあるとき

- ① □(1)□ ~ □(5)□ に適当な数または t を使った式を書き入れなさい。

- ② 下線部(あ)について、真衣さんは次のように考えた。□(6)□ には t を使った式を書き入れなさい。また、□(7)□ には下線部(ii)の考えに従ってPの面積を求め、<真衣さんの考え>を完成させなさい。ただし、□(7)□ は答えを求めるまでの過程も書きなさい。

<真衣さんの考え>

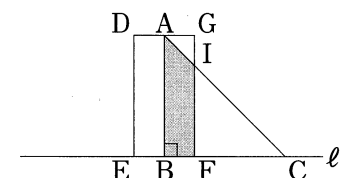
- (iii) 点Bが線分EF上にあるとき

t のとりうる値の範囲は $8 \leq t \leq 12$ である。

Pの面積は、 $\triangle ABC$ の面積から $\triangle IFC$ の面積をひいて求めることができる。

$CF =$ □(6)□ cm だから、Pの面積は、

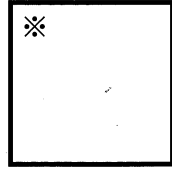
□(7)□



- ③ Pの面積が 14 cm^2 となるときの、 t の値をすべて求めなさい。

受 検 番 号	(算用数字)	志 願 校	
------------	--------	-------	--

解 答 用 紙



- 注意 1 答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれるときは、 $\sqrt{\quad}$ をつけたままで答えなさい。また、 $\sqrt{\quad}$ の中の数値は、できるだけ小さい自然数にしなさい。
 2 円周率は π を用いなさい。

1	①	
	②	
	③	
	④	
	⑤	
	⑥	$x =$
	⑦	
	⑧	(cm^3)
	⑨	
	⑩	

3	①	B ————— C
	②	
	③	

5	①(1)	
	①(2)	(cm)
	①(3)	(cm^2)
	①(4)	(cm)
	①(5)	(cm^2)
	②(6)	(cm)
	②(7)	
③	$t =$	

2	①	(通り)
	②(1)	
	②(2)	
	③ (頂点)	
③ (確率)		

4	①(1)	
	①(2)	
	②	
	③	
④		